

سُبْحَانَكَ اللَّهُمَّ رَبِّ السَّمَاوَاتِ وَالْأَرْضِ  
الْعَلِيِّ الْكَرِيمِ

# گراف در Sage

الهام ایزدی زاده 9303784

رسم گراف

```
d={0:[1,4,3],1:[4,2],2:[0],5:[ ]}  
G=Graph(d)  
G.plot()
```

حال اگر موقعیت راس ها مهم باشد از دستور زیر استفاده می کنیم.

```
Pos={0:[0,0],1:[1,2],2:[-1,1],3:[1,-3],4:[2,5],5:[-1,-1]}
```

```
G.graphplot(pos=pos).plot()
```

با اضافه کردن راس و یا یال جدید موقعیت راس ها تغییر می کند. برای ثابت ماندن راسها، این کار را می کنیم

```
L=G.graphplot(pos=pos)
```

حال تغییرات را روی L انجام می دهیم.

برای اینکه موقعیت راس‌ها را ببینیم از دستور زیر استفاده می‌کنیم

```
G.get_pos()
```

اما برای گراف‌هایی که خودمان طراحی کردیم این دستور موقعیت راس‌ها را نمیدهد باید اول نمیدهد باید اول موقعیت راس‌ها را ثابت کنیم بعد این دستور را بنویسیم.

```
m=Graph({0:[1,4],1:[2],2:[3],3:[4]})
```

```
m.plot(save_pos=True)
```

```
r=m.get_pos()
```

```
Show(r)
```

وقتی موقعیت راس‌ها را خودمان بدهیم این دستور برای موقعیت راس‌ها None چاپ میکند.

اضافه کردن راس

```
G.add_vertices([10,11,12])
```

اضافه کردن یال

```
G.add_edges([(1,10),(30,8)])
```

اگر بخواهیم یک یال چند گانه برای گراف چند گانه اضافه کنیم برای اینکه یک یال را چند بار تکرار نکنیم از دستور زیر استفاده می‌کنیم.

```
G.add_edges([(0,1)]*3)
```

نشان دادن راس‌های یک گراف

G.vertices()

نشان دادن یال‌های یک گراف

G.edges()

تعداد یال‌های یک گراف (اندازه گراف)

G.size()

تعداد راس‌های یک گراف

G.order()

نشان دادن همسایه‌های یک راس (بدون جهت)

G.neighbors()

(با جهت)

G.neighbors\_in() & G.neibors\_out()

## نشان دادن برجسب یال

```
G=Graph({0:{1:'x',2:'z',3:'a'},2:{5:'out'}})
```

```
G.edge_labels()
```

که خروجی مورد نظر  $\{x, z, a, out\}$  است.

برای نشان دادن برجسب یک یال از دستور `G.edge_label(0,1)` استفاده می‌کنیم.

اضافه کردن حلقه به یک گراف

```
K=graphs.PetersenGraph()
```

```
K.allow_loops(True)
```

```
K.add_edge(0,0)
```

```
K.show()
```

تغییر پیش فرض اندازه گراف رسم شده

```
Sage.graphs.graph_plot.DEFAULT_SHOW_OPTIONS['figsize]=[3,3]
```

حال اگر تغییر اندازه یک گراف مد نظر باشد نه تغییر پیش فرض از این شیوه استفاده می شود

```
Graphs.PetersenGraph().show(figsize=[3,3])
```

## تغییر ویژگی‌های مورد نظر برای رسم گراف

`vertex_size=200`

تغییر سایز راس گراف

`vertex_labels=True`

اجازه برچسب دادن به راس یک گراف

`edge_color='blue'`

رنگ یال یک گراف

`edge_style='solid'(dotted,dashed,dashdot)`

طرح یال یک گراف

`edge_labels=False`

اجازه برچسب دادن به یال یک گراف

`tree_orientation='down'(up,left,right)`

جهت ریشه یک درخت

`graph_border=false`

کادر کشیدن دور گراف

`talk=False`

نشان دادن راس‌ها به صورت سفید و بزرگ

`dist=0.075`

فاصله بین چند یال

`max_dist=1.5`

بیشترین فاصله بین چند یال

`loop_size=0.75`

اندازه شعاع حلقه

`dim=2 & 3`

بعد

`color_by_label`

رنگ یال‌های با برجسب‌های مساوی مثل هم باشد

ویژگی‌های مورد نظر را داخل پرانتز به صورت زیر یادداشت کنید

`G=graphs.PetersenGraph()`

`G.plot(vertex_size=200, ...)`

برچسب دادن به گراف و کشیدن یال چند گانه

```
B=Graph({},loops=True,multiedges=True)
```

```
B.add_edges([(0,0,'a'),(0,0,'b'),(0,1,'d'),(0,1,'b'),(2,1,'g')])
```

```
GP=B.graphplot(edge_labels=True,color_by_label=True)
```

```
GP.plot()
```

تغییر در یال‌ها

```
GP.set_edges(edge_style='dotted')
```

تغییر در راس‌ها

```
GP.set_vertices(vertex_size=100)
```

## تغییر رنگ دریال های مورد نظر

```
W=graphs.DodecahedralGraph()
```

```
W.show(edge_colors={'red':[(6,5),(2,3)],(0,1,1):[(0,1)]})
```

همان طور که دیدید می توان به جای اسم رنگ از ترکیب رنگی آن یعنی  $(0,1,1)$  استفاده کرد.

## گراف جهت دار

```
R=DiGraph({0:[0,1],1:[2],2:[3],3:[2]},loops=True)
R.show()
```

## گراف جهت دار چند گانه

```
Q=DiGraph({},loops=True,multiedges=True)
Q.add_edges([(0,0,'a'),(0,1,'t'),(0,1,'y'),(1,2,'z')])
Q.plot(edge_labels=true)
```

درخت

$E=\{1:[2,3],2:[4,5],3:[6,7]\}$

$P=\text{Graph}(E)$

$P.\text{plot}(\text{layout}='tree', \text{tree\_orientation}='up', \text{tree\_root}=2)$

درخت پوشا = یک دخت پوشا T از گراف همبند و بدون جهت G درختی است، که شامل تمام رئوس و حداقل برخی یال‌ها می‌باشد.

درخت پوشا کمینه = درختی است که در بین درخت‌های پوشای آن گراف، مجموع وزن یال‌های آن کمترین مقدار ممکن باشد.

```
H=graphs.HoffmanSingletonGraph()
```

```
T=Graph()
```

```
T.add_edges(H.min_spanning_tree(starting_vertex=0))
```

```
T.show(layout='tree',tree_root=0)
```

برای اینکه شکل گراف را بهتر ببینید از دستور `figsize` استفاده کنید

**تعداد درختان پوشا**

```
H.spanning_trees_count()
```

q.has\_multiple\_edges()

آیا گراف یال چند گانه دارد؟

q.allows\_multiple\_edges()

آیا گراف میتواند یال چند گانه داشته باشد؟

q.multiple\_edges()

یال های چند گانه گراف.

q.has\_loops()

آیا گراف حلقه دارد؟

q.allows\_loops()

آیا گراف میتواند حلقه داشته باشد؟

q.loops()

حلقه های موجود در گراف.

q.has\_edge()

آیا گراف یال مورد نظر را دارد؟

## مسیر در گراف

```
F=graphs.PetersenGraph()
```

```
sorted(F.all_paths(1,4))
```

تمام مسیرها را به ما نشان می دهد

```
F.shortest_path(1,4)
```

کوتاه ترین مسیر بین دو تا راس

```
F.distance_matrix()
```

ماتریس فاصله بین رئوس

برای گراف جهت دار هم از همین دستور استفاده می شود.

ادغام کردن دوراس

`G.merge_vertices((1,4))`

تقسیم کردن یک یال به چند قسمت

`G.subdivide_edge(0,1,3)`

بین یال (0 و 1) سه راس اضافه میکند

اضافه کردن یک دور به گراف با دادن راس‌های آن

`G.add_cycle([3,1,4])`

برگرداندن طرح ساده یک گراف: یعنی اگر گراف دارای یال‌های چند گانه یا حلقه یا جهت دار باشد آنها را حذف میکند و طرح ساده گراف را بر می‌گرداند.

`G.to_simple()`

## ماتریس مجاورت

`U=graphs.CubeGraph(4)`

`U.adjacency_matrix()`

`U.characteristic_polynomial()`

چند جمله‌ای مشخصه گراف

یا از دستور `U.charpoly()` استفاده میکنیم.

برای ماتریس مجاورت می‌توان ترتیب راس‌ها را هم عوض کرد، مثلاً اگر ماتریسی 5 راس داشته باشد می‌توان نوشت.

`p.adjacency_matrix(vertices=[2,4,1,3,0])`

|                                      |                                           |
|--------------------------------------|-------------------------------------------|
| G.average_degree()                   | درجه متوسط برای گراف                      |
| G.average_distance()                 | میانگین فاصله برای گراف                   |
| G.density()                          | چگالی گراف                                |
| G.diameter()                         | قطر گراف                                  |
| G.degree(0)                          | درجه هر رأس (برای مثال رأس 0)             |
| G.degree()                           | درجه تمام رئوس                            |
| G.degree(vertices=[0,1],labels=True) | درجه رأس‌های دلخواه                       |
| G.degree_sequence()                  | دنباله درجات را به صورت گاهشی نشان می دهد |

گراف مکمل

```
Y=Graph({0:[1,2],2:[3],4:[0,1]})
```

```
S=Y.complement()
```

```
S.plot()
```

```
graphs.CompleteGraph(5)
```

```
K=graphs.CompleteBipartiteGraph(9,3)
```

رسم گراف کامل

گراف کامل دو بخشی

از راس  $x$  به کدام راس‌ها می‌توان رفت.

```
G=Graph({0:[1,3],1:[2,3],2:[3],4:[5,6],5:[6],7:[8]})
```

```
G.connected_component_containing_vertex(0)
```

```
G.connected_components()
```

لیست گراف‌های جدا از هم

```
G.connected_components_number()
```

تعداد گراف‌های جدا از هم

```
G.cycle_basis()
```

دوره‌های پایه موجود در گراف

```
G.cycle_basis(output='edge')
```

برای نشان دادن مسیر اتصال دوره‌ها

دوره‌های موجود برای گراف جهت دار استفاده نمی‌شود.

## پاک کردن یال

```
G=Graph([(0,2,'a'),(0,2,'b'),(0,1,'c'),(1,2,'d')],multiedges=True)
```

```
G.delete_edges([(1,2,'d'),(0,1,'c')])
```

که d و c برچسب یال است.

```
G.delete_multiedge(0,2)
```

پاک کردن یال تکراری

پاک کردن راس

```
G.delete_vertices([0,1])
```

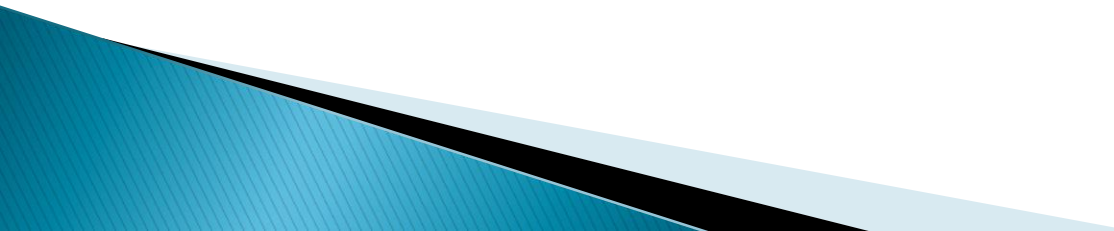
دو جفت راس  $(x,y)$  و  $(z,w)$  داریم آیا مسیرهایی هست که راس  $x$  را به  $y$  و  $z$  را به  $w$  وصل کند و این دو مسیر تداخل نداشته باشد؟

```
A=graphs.GridGraph([5,5])
```

```
P1,p2=A.disjoint_routed_paths([((0,0),(0,4)),((4,4),(4,0))])
```

```
P1.plot()
```

```
P2.plot()
```



## گراف وزن دار

```
G=Graph({0:{1:3},1:{2:1},2:{3:1},3:{4:6},4:{0:2}})
```

$0:\{1:3\}$  به معنی این است که راس 0 به راس 1 متصل است با وزن 3

```
G.plot(edge_labels=True).show()
```

فاصله بین دو تا راس با احتساب وزن یال‌ها

```
G.distance(0,3,by_weight=True)
```

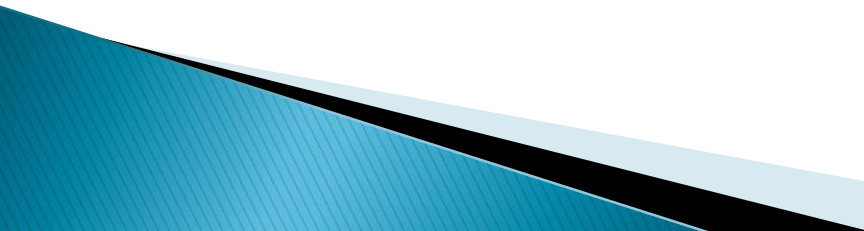
مسیرهای بین دوتا راس با یال‌های مجزا (یعنی مسیرهایی که هیچ دو مسیری یال تکراری نداشته باشند).

```
W=graphs.DodecahedralGraph()
```

```
W.edge_disjoint_paths(3,15)
```

مسیرهای بین دوتا راس با راس‌های مجزا

```
W.vertex_disjoint_paths(3,15)
```



دور اویلری: دور زدن در گراف بدون یال تکراری

`G.eulerian_circuit()`

دور همیلتونی: دور زدن در گراف بدون راس تکراری

`G.is_hamiltonian()`

`G.hamiltonian_cycle()`

اگر بخواهیم راسهای دور همیلتونی را نشان دهد از دستور زیر استفاده می کنیم.

`G.hamiltonian_cycle(algorithm='backtrack')`