

In The Name Of God

Function & Plotting With Sage

Mohammad Ehsani Ardakani

Department of Mathematics Yazd University

Functions

تعریف تابع در sage :

(۱) خروجی این تابع برای اعداد زوج **true** و برای اعداد فرد **false** است

```
sage: def y(x):  
    return x%2==0  
  
y(42); y(257)  
  
true  
  
false
```

خروجی این تابع برای هر عدد ورودی n برابر $n^2 - 3n$ است

```
sage: def y(n):  
    return n^2 - 3 * n  
  
y(2); y(500)  
  
-2  
248500
```

Functions

۲) خروجی این تابع برای هر عدد ورودی n برابر $n^2 - 3n$ است

```
sage: n=var('n')
```

$$f(n) = n^2 - 3 * n$$

```
f(2); f(500)
```

```
-2
```

```
248500
```

خروجی تابع زیر برای ورودی (x, y, z) برابر $x^2 - 3y^3 + 3zy$ است

```
sage: x,y,z = Var('x,y,z')
```

$$g(x,y,z) = x^2 - 3 * y^3 + 3 * z * y$$

```
g(2,-3,4)
```

```
-113
```

Functions

۳) توابع کتابخانه ای :

$$\sqrt[n]{f(x)} \equiv (f(x))^{\frac{1}{n}} \quad \text{و} \quad \sqrt{f(x)} \equiv \text{sqrt}(f(x))$$

- توابع اصم

$$e^{f(x)} \equiv \exp(f(x))$$

- تابع نمایی

$$|f(x)| \equiv \text{abs}(f(x))$$

- تابع قدرمطلق

$$\ln f(x) \equiv \ln(f(x)) \quad \text{و} \quad \log_a^{f(x)} \equiv \log(f(x), a)$$

- تابع لگاریتم

Functions

```
def y(n):      # z(x,y)
    return n % 2 == 0          #  $n^{2-5*n}$        $x^3+y^2-3*x*y$ 

x,y,z = var('x,y,z')
f(x)=x^2-3*x+4      #  $f(x)=x^2-3*x+4$        $g(x,y)=x^3+y^2-3*x*y$        $g(x,y,z)=2*x-3*y+4*z$ 

sqrt(f(x))          ,      (f(x))^(1/n)          ,      exp(f(x))
abs(f(x))            ,      log(f(x), a)
sum(f(i) for i in (a..b))
limit(f(x), x=a)
diff(f(x), x)        ,      diff(f(x,y), x)        ,      diff(f, x, k)
integral(f(x), x)    ,      integral(f(x), x, a, b)
```

Functions

```
def y(n):  
    return n % 2 == 0  
y(42);y(257)
```

True
False

```
def z(x,y):  
    return x^3+y^2-3*x*y  
z(5,-1);z(-2,-1)
```

141
-13

```
f(x)=x^2-3*x+4  
f(3) ; f(-10)
```

4
134

```
x,y,z =var('x,y,z')  
g(x,y)=x^3+y^2-3*x*y  
diff(g(x,y),x);diff(g(x,y),x,y)
```

$3x^2 - 3y$
-3

Functions

```
Ex) limit((x^2-4)/(x+2) , x=-2)
```

```
Ex) x,y=var('x,y')
def g(x,y):
    return x^5*y^3-4*x^2+5*y-7
diff(g(x,y),y); diff(g(x,y), y,y);diff(g(x,y),y,3)
```

```
Ex) x,y=var('x,y')
f(x,y)=x^3+y^2-3*x*y
h(x,y)=-diff(f(x,y),x)/diff(f(x,y),y)
"h(x,y)";-diff(f(x,y),x)/diff(f(x,y),y);'h(2,2)=' ,h(2,2)
```

Functions

• ⓘ

```
limit((x^2-4)/(x+2) , x=-2)
```

-4

• ⓘ

```
x,y=var('x,y')
def g(x,y):
    return x^5*y^3-4*x^2+5*y-7
diff(g(x,y),y); diff(g(x,y), y,y);diff(g(x,y),y,3)
```

$3x^5y^2 + 5$

$6x^5y$

$6x^5$

• ⓘ

```
x,y=var('x,y')
f(x,y)=x^3+y^2-3*x*y
h(x,y)=-diff(f(x,y),x)/diff(f(x,y),y)
"h(x,y)";-diff(f(x,y),x)/diff(f(x,y),y);'h(2,2)=' ,h(2,2)
```

$'h(x,y)='$

$3*(x^2 - y)/(3*x - 2*y)$

$('h(2,2)=' , 3)$

Plotting With Sage

نمودار در **sagemath** :

(۱) رسم نمودار دو بعدی با دستور **plot** :

Plot(f(x), x , a, b)

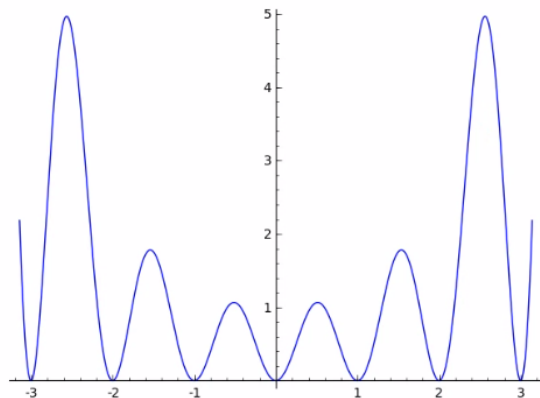
or

plot(f(x), x, (a,b))

این دستور نمودار تابع $f(x)$ بر حسب متغیر x در فاصله (a,b) رسم می کند

Plotting With Sage

```
f(x)=sin(pi*x)^2*e^((x/2)^2)
p1=plot(f(x), x, (-pi,pi) )
p1.show(figsize=(6,4.5))
```



Plotting With Sage

اختیارات رسم نمودار :

- دستور `thickness=m` که در آن $m=1, 2, 3, 4$

این دستور ضخامت خط منحنی را مشخص می کند.

- دستور `rgbcolor=(r,g,b)` (`rgbcolor='?'`) که در آن r و g و b اعداد بین صفر و یک هستند که به ترتیب در مقدار ترکیب رنگهای قرمز و سبز و آبی را مشخص می کنند. همچنین از دستور دوم میتوان استفاده کرد که در آن بجای علامت `?` نام رنگ مورد نظر مثلا `red` نوشت.

این دستور رنگ خط نمودار را مشخص می کند.

Plotting With Sage

- دستور $\text{alpha}=k$ که در آن k عددی بین صفر و یک است
این دستور میزان روشنایی رنگ خط نمودار را تعیین می کند.
- دستور $\text{fill}=\text{true}$
از این دستور برای رنگی کردن نواحی بین نمودار و محور X ها استفاده می شود.
- دستور $\text{fillcolor}=(r,g,b)$ ($\text{fillcolor}=?$)
به کمک این دستور می توان رنگ نواحی بین نمودار و محور X ها را تعیین کرد.

Plotting With Sage

- دستور `fillalpha=k`

این دستور میزان روشنایی رنگ بین نمودار و محور Xها تعیین کرد.

- دستور `legend_label=' f(x) '`

این دستور برای نمودار برجسب میگذارد ، معمولا زمانی استفاده می شود که چند نمودار در یک دستگاه مختصات رسم می شود. روش رسم دو نمودار در یک دستگاه بصورت زیر است:

```
P1=plot(f(x), x, a, b, rgbcolor='green', legend_label=' f(x) ' )  
P2= plot(g(x), x, a, b, rgbcolor='purple', legend_label=' g(x) ' )  
Plt=p1+p2  
Plt.show()
```

Plotting With Sage

- دستور '??' linestyle=

با این دستور می توان نمودار را به صورت خط چین یا خط و نقطه رسم کرد کافیت در این دستور بجای ?? قرار دهیم '-' یا '-.'

لذا دستور کلی بصورت زیر است :

```
P=plot(f(x), x, (a,b), thicknes=m, rgbcolor=(r,g,b), alpha=k, fill=true, fillcolor=(r,g,b),  
fillalpha=k, legend_label=' f(x) ', linestyle='-.' )  
p.axes_label(['x' , 'f(x)'])  
p.show()
```

توجه کنید دستور `axes_label` برای محورهای مختصات برچسب میگذارد.

Plotting With Sage

همچنین در دستور `show` در داخل پرانتز می توان از دستور های زیر استفاده کرد.

- دستور `figsize=(c,d)`

این دستور ابعاد نمودار را مشخص میکند که در آن `c` و `d` به ترتیب طول و عرض را مشخص می کنند.

- دستور `frame=true`

این دستور نمودار را در داخل یک قاب مدرج قرار می دهد.

- دستور `aspect_ratio=q` که در آن `q` عددی مثبت است

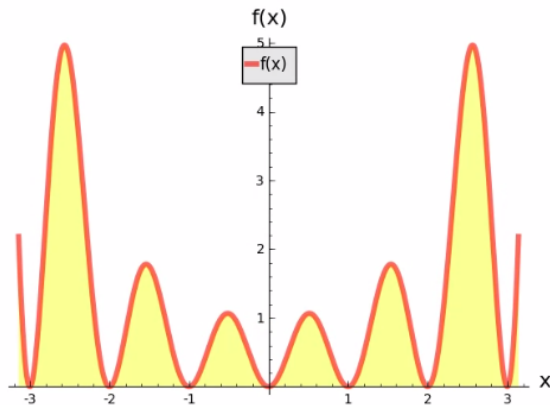
در این دستور `q` نسبت واحد طول به واحد عرض را مشخص می کند. معمولا در نمودارهایی که تغییرات طول یا عرض زیاد است استفاده می شود.

Plotting With Sage

```
plot(f(x), x, a, b)          or          plot(f(x), x, (a,b) )
plot(f(x), x, (a,b), thickness=m, rgbcolor=(r, g, b) , alpha=k , fill=true, fillcolor=(r, g, b), fillalpha=k,
legend_label='f(x)', linestyle='--' )
# m=1,2,3,4 ; 0<= k, r, g, b <=1 ; rgbcolor='red' or 'green' or 'blue' or 'yellow' or 'purple'
#
x=var('x')
f(x)=sin(pi*x)^2*e^((x/2)^2)
plot(f(x), x, (-pi,pi) )
#
p1=plot(sin, (-2*pi,2*pi),thickness=4.0, rgbcolor=(0.5, 1, 0), legend_label='sin(x)')
p2=plot(cos, (-2*pi,2*pi),thickness=2.0, rgbcolor='purple',alpha=0.5, legend_label='sin(x)')
plt=p1+p2
plt.axes_labels(['x', 'f(x)'])
show(plt)
#
x=var('x')
f(x)=sin(pi*x)^2*e^((x/2)^2)
plt=plot(f(x),-pi,1*pi,rgbcolor='red',fill=true,fillcolor='yellow',alpha=0.6,fillalpha=0.4 ,legend_label='f(x)')
plt.axes_labels(['x', 'f(x)'])
show(plt)
```

Plotting With Sage

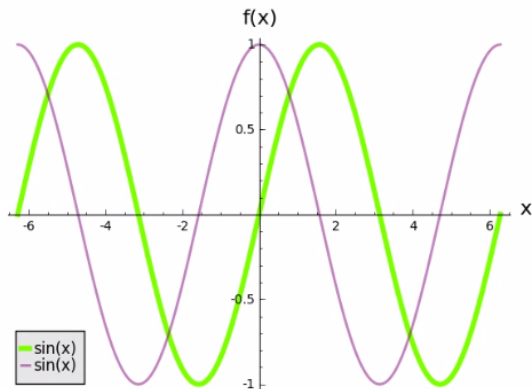
```
f(x)=sin(pi*x)^2*e^((x/2)^2)
plt=plot(f(x),-pi,1*pi,thickness=4,
rgbcolor='red',fill=true,fillcolor='yellow',alpha=0.6,fillalpha=0.4 ,legend_label='f(x)')
plt.axes_labels(['x', 'f(x)'])
plt.show(figsize=(6,4.5))
```



Plotting With Sage

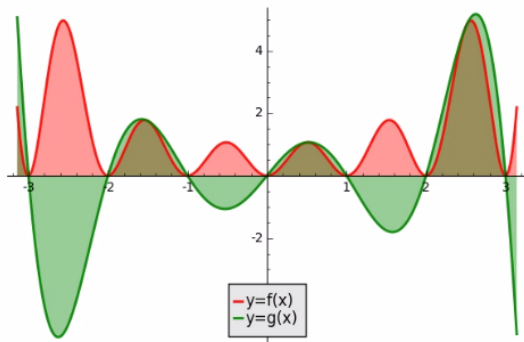
```
p1=plot(sin, (-2*pi,2*pi),thickness=4.0, rgbcolor=(0.5, 1, 0), legend_label='sin(x)')
p2=plot(cos, (-2*pi,2*pi),thickness=2.0, rgbcolor='purple',alpha=0.5, legend_label='sin(x)')
plt=p1+p2
plt.axes_labels(['x', 'f(x)'])
plt.show(figsize=(6,4.5))
```

evaluate



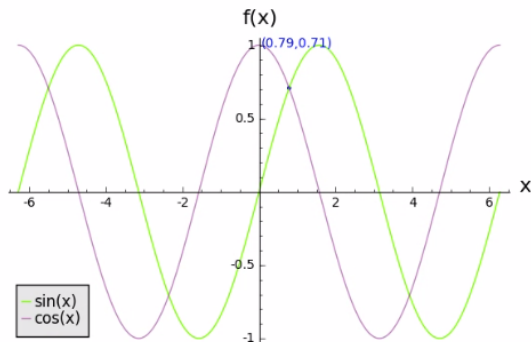
Plotting With Sage

```
x=var('x')
f(x)=sin(pi*x)^2*e^((x/2)^2)
g(x)=sin(pi*x)*e^((x/2)^2)
p1=plot(f(x),-1*pi,1*pi,thickness=2,
        rgbcolor='red',fill=true,fillcolor='red',alpha=0.9,fillalpha=0.4 ,legend_label='y=f(x)')
p2=plot(g(x),-1*pi,1*pi,thickness=2,
        rgbcolor='green',fill=true,fillcolor='green',alpha=0.9,fillalpha=0.4 ,legend_label='y=g(x)')
plt=p1+p2
plt.show(figsize=(6,4))
```



Plotting With Sage

```
k=find_root(sin(x)==cos(x),-pi/2, pi/2)
h=sin(k)
p1=plot(sin, (-2*pi,2*pi),rgbcolor=(0.5, 1, 0), legend_label='sin(x)')
p2=plot(cos, (-2*pi,2*pi), rgbcolor='purple', alpha=0.5, legend_label='cos(x)')
p3= point( (k,h) )
T=text("(0.79,0.71)", (k+0.2,h+0.3) )
plt=p1+p2+p3+T
plt.axes_labels(['x', 'f(x)'])
plt.show(figsize=(6,4))
```



Plotting With Sage

۲) رسم نمودار سه بعدی با دستور `plot3d` :

```
x,y=Var('x,y')
```

```
p=plot3d( f(x,y), (x, x1, x2), (y, y1, y2) )
```

```
p.show()
```

با کمک این دستور نمودار $z=f(x,y)$ در فاصله (x_1,x_2) و (y_1,y_2) رسم کرد.

Plotting With Sage

اختیارات رسم نمودار سه بعدی:

می توان از بیشتر ابزارهای دستور `plot` نیز در اینجا استفاده کرد.

علاوه بر آن دو دستور زیر کاربرد دارد.

- دستور `axes=true`

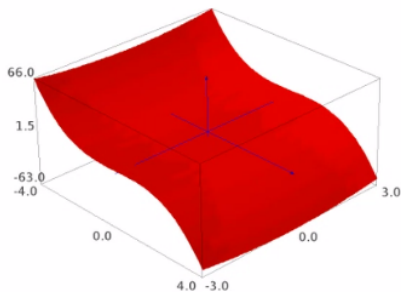
این دستور محورهای مختصات را رسم می کند.

- دستور `frame=false`

این دستور قاب نمودار را حذف می کند.

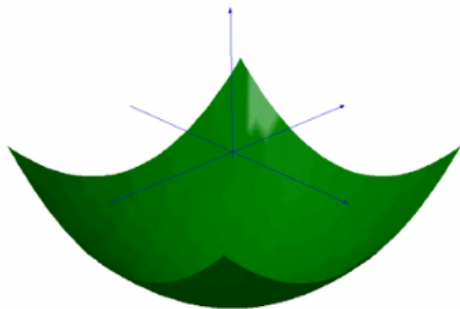
Plotting With Sage

```
x,y=var('x,y')  
plot3d(y^2-3-x^3+x, (x,-4,4), (y,-3,3), color='red',axes=true)
```



Plotting With Sage

```
var('x,y')  
plot3d(y^2-3+x^2, (x,-6,6), (y,-6,6), color='green', axes=true, frame=false)
```



Plotting With Sage

۳ رسم نمودار توابع پارامتری با دستور `parametric_plot`:

```
t=Var('t')
p=parametric_plot( ( f(t), g(t) ), (t, a, b) )
p.show()
```

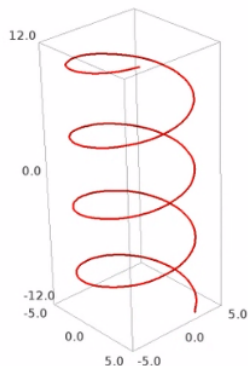
یا

```
t=Var('t')
p=parametric_plot( ( f(t), g(t), h(t) ), (t, a, b) )
p.show()
```

اینجا نیز می توان از دستورهای `fill=true` ، `fillcolor=(r,g,b)` ، ... نیز استفاده کرد.

Plotting With Sage

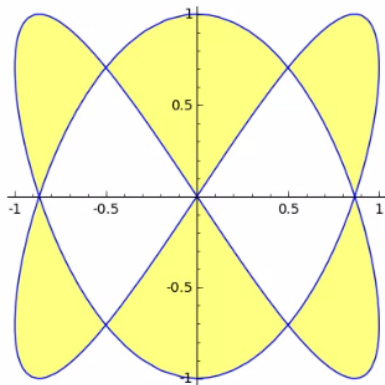
```
t=var('t')  
parametric_plot( (5*cos(t), 5*sin(t), t), (t,-12, 12), color="red", thickness=4 )
```



Click on 3-D image to make it live. Right-click on live image for a control menu.

Plotting With Sage

```
t=var('t')  
p=parametric_plot( (sin(t),sin(3*t/2)), (t, -2*pi, 2*pi), fill=true, fillcolor='yellow')  
p.show(aspect_ratio=1, figsize=(5.5) )
```



Plotting With Sage

۴ رسم توابع پارامتری سه بعدی با دستور `parametric_plot3d`:

```
u,v=Var('u,v')  
p=parametric_plot( ( f(u,v), g(u,v), h(u,v) ), (u, a1, b1), (v, a2, b2), color='red' )  
p.show()
```

۵ رسم توابع قطبی با دستور `polar_plot`:

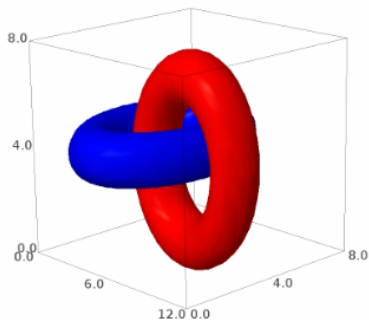
```
t=Var('t')  
polar_plot( f(t) , (t, a , b) )
```

۶ رسم میدان های برداری با دستور `plot_vector_field`:

```
x,y=Var('x,y')  
plot_vector_field( ( f(x,y), g(x,y) ), (x, a1, b1), (y, a2, b2) , color=(r,g,b) )
```

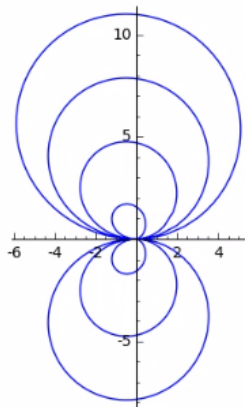
Plotting With Sage

```
u,v=var('u,v')
f1=(4+(3*cos(v))*sin(u), 4+(3*cos(v))*cos(u), 4+sin(v) )
f2=(8+(3*cos(v))*cos(u), 3+sin(v), 4+(3*cos(v))*sin(u) )
p1=parametric_plot3d( f1, (u, 0, 2*pi), (v, 0, 2*pi), color='blue' )
p2=parametric_plot3d( f2, (u, 0, 2*pi), (v, 0, 2*pi), color='red' )
q=p1+p2
q.show()
```



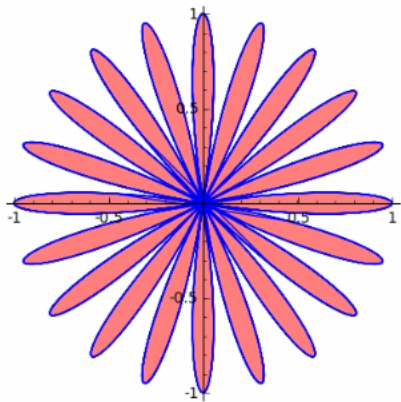
Plotting With Sage

```
f=var('f')  
p=polar_plot(f*sin(f), (f,-3*pi,4*pi) )  
p.show(figsize=(4,4))
```



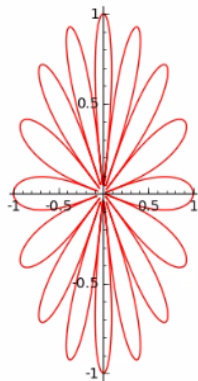
Plotting With Sage

```
f=var('f')  
p=polar_plot(cos(10*x), (x,-3*pi,4*pi) , fill=true ,fillcolor='red' )  
p.show(figsize=(4,4))
```



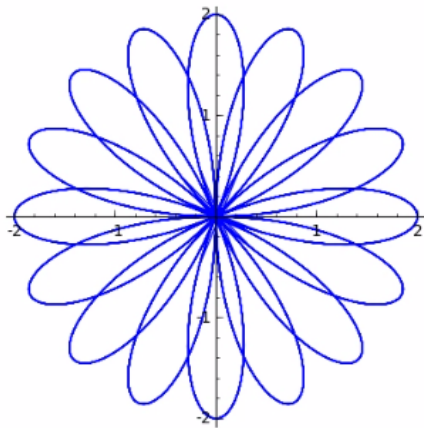
Plotting With Sage

```
p=polar_plot(abs(sqrt(1 - 2*sin(4*x)^2)), (x, 0, 2*pi), aspect_ratio=2.0, color='red')  
p.show(figsize=(4,4))
```



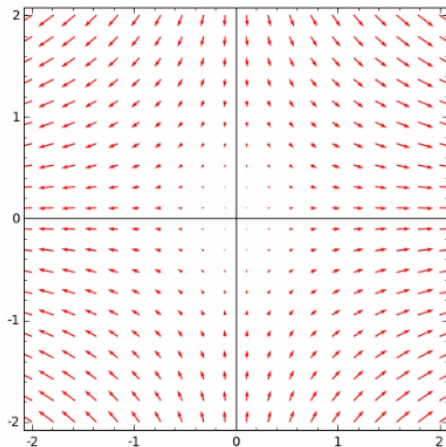
Plotting With Sage

```
p=polar_plot([2*sin(4*x), 2*cos(4*x)], (x, 0, 8*pi))  
p.show(figsize=(4,4))
```



Plotting With Sage

```
x,y=var('x,y')  
A=plot_vector_field( (3*x,-2*y), (x,-2,2), (y,-2,2), color='red' )  
A.show(figsize=(5,5))
```



Plotting With Sage

(۷) برخی توابع رسم نمودار :

- `Implicit_plot()`

یک تابع دو متغیره مانند $f(x,y)$ را میگیرد و نمودار $f(x,y)=0$ را رسم می کند.

```
x,y=var('x,y')
```

```
f(x,y)=.....
```

```
implicit_plot( f , (a1, b1), (a2, b2) )
```

- `Complex_plot()`

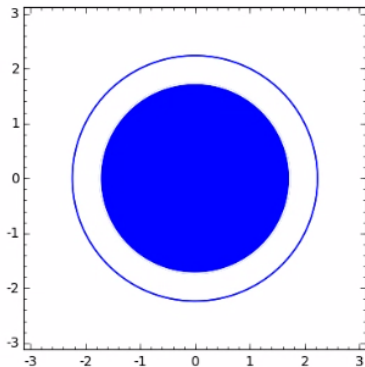
رسم نمودار یک تابع یک متغیره با ورودی اعداد مختلف $f(z)$

```
Complex_plot( f(x), (a1, b1), (a2, b2) )
```

Plotting With Sage

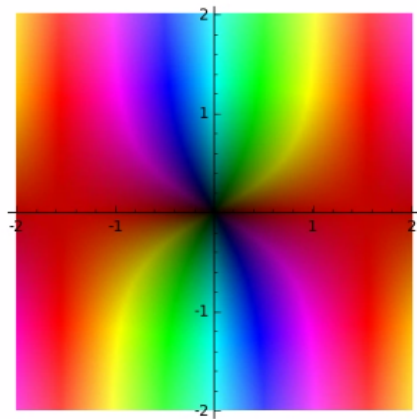
```
x,y=var('x,y')
g(x,y)=x^2+y^2-5
f(x,y)=x^2+y^2-3
p1=implicit_plot(f, (-3,3), (-3,3),fill=true)
p2=implicit_plot(g, (-3,3), (-3,3) )
p3=p1+p2
p3.show(figsize=(4,4))
```

#show $f(x,y)=0$



Plotting With Sage

```
f(x)=sin(x)^2  
p=complex_plot(f(x), (-2,2),(-2,2))  
p.show(figsize=(4,4))
```



Plotting With Sage

- Circle()

رسم دایره به مرکز (a,b) و شعاع R

`Circle( (a, b), R )`

می توان از دستورهای `fill=true` , `rgbcolor=(r,g,b)` , `linestyle='??'` , ... نیز استفاده کرد.

- Ellipse()

رسم بیضی به مرکز (a,b) و قطر بزرگ و کوچک $r1$ و $r2$

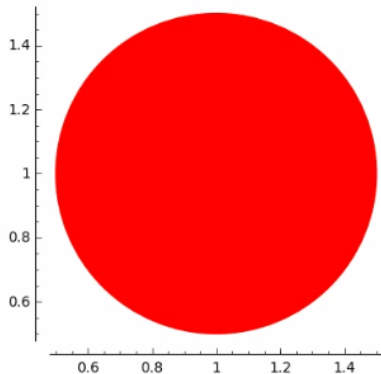
`Ellipse( (a, b) , R1, R2 )` or `Ellipse( (a, b) , R1, R2, r )`

r زاویه چرخش نمودار بیضی بر حسب رادیان است.

می توان از دستورهای `fill=true` , `rgbcolor=(r,g,b)` , `linestyle='??'` , ... نیز استفاده کرد.

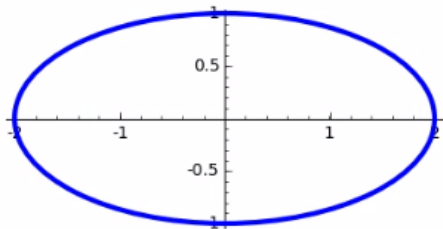
Plotting With Sage

```
p=circle((1,1), 0.5, rgbcolor=(1,0,0),fill=true)  
p.show(figsize=(4,4))
```



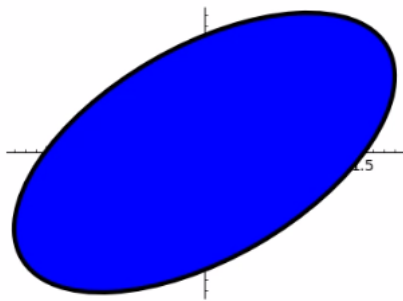
Plotting With Sage

```
p=ellipse((0,0),2,1,thickness=3)  
p.show(figsize=(4,4))
```



Plotting With Sage

```
p=ellipse((0,0),2,1,pi/6,fill=True,edgecolor='black',thickness=3)  
p.show(figsize=(4,4))
```



Plotting With Sage

- `Line()`

`Line( [ (a, b), (c, d) ] )` or `line( [ (a1, a2, a3), (b1, b2, b3) ] )`

نمودار خطی که از دو نقطه (a, b) و (c, d) میگذرد.

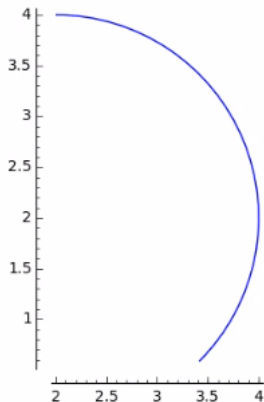
- `Arc()`

`arc( (a, b), R, sector=(r1, r2) )` Or `arc( (a, b), R1, R2, sector=(r1, r2) )`

این دستور کمانی از دایره به مرکز (a, b) و شعاع R را رسم میکند و دستور دوم کمانی از بیضی به مرکز (a, b) که نصف قطر بزرگ و کوچک آن $R1$ و $R2$ است را رسم می کند.

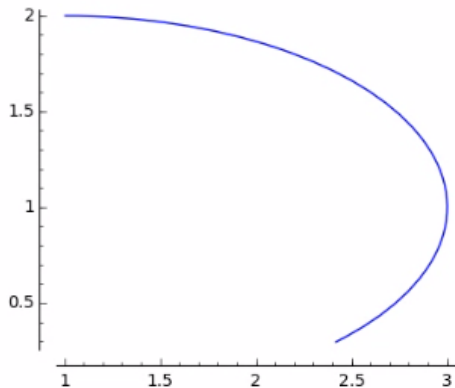
Plotting With Sage

```
p=arc((2,2), 2, sector=(-pi/4,pi/2))  
p.show(figsize=(4,4))
```



Plotting With Sage

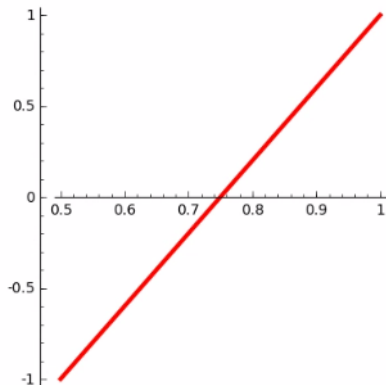
```
p=arc((1,1),2,1, sector=(-pi/4,pi/2))  
p.show(figsize=(4,4))
```



Plotting With Sage

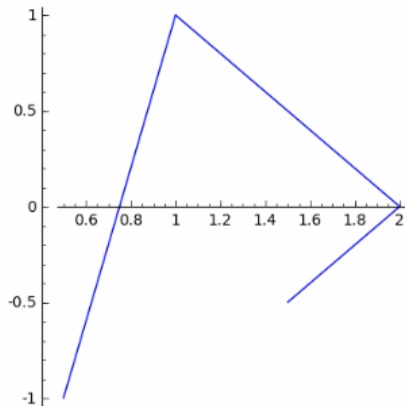
```
p=line([(0.5,-1), (1,1)], thickness=3 ,color='red')  
p.show(figsize=(4,4))
```

evaluate



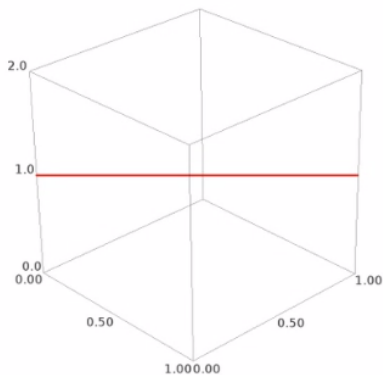
Plotting With Sage

```
p=line([(0.5,-1), (1,1),(2,0),(1.5,-0.5)])  
p.show(figsize=(4,4))
```



Plotting With Sage

```
line([(0,0,1), (1,1,1)],color='red',thickness=4,linestyle='-.')
```



Plotting With Sage

Polygon() •

Polygon([(a1, b1), (a2, b2), ... , (ak, bk)])

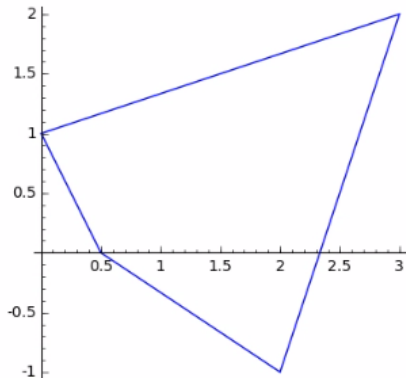
Polygon([(a1, b1, c1), (a2, b2, c2), ... , (ak, bk, ck)])

این دستور یک k ضلعی با مختصات رئوس داده شده رسم می کند.

Plotting With Sage

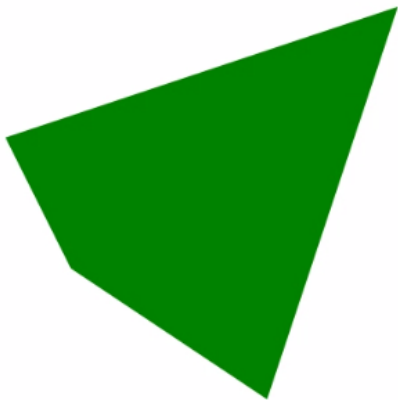
```
p=polygon([(0.5,0), (0,1), (3,2),(2,-1)], fill=false)  
p.show(figsize=(4,4))
```

evaluate



Plotting With Sage

```
p=polygon([(0.5,0), (0,1), (3,2),(2,-1)],color='green',axes=False)  
p.show(figsize=(4,4))
```



END