
الرحمن الرحیم

# ارتباط بین ابرگراف‌ها، ابرگروه‌ها و روابط دوتایی

## Connection between hypergraphs, hypergroups and binary relations


استاد راهنما: دکتر بیژن دواز

اساتید مشاور: دکتر محمد علی ایرانمنش و دکتر سعید علیخانی

ارائه‌دهنده: مهدی فرشی

دانشگاه یزد


دی‌ماه ۱۳۹۳

ارتباط بین ابرگراف‌ها، ابرگروه‌ها و روابط دوتایی

فرض کنید $H$ مجموعه‌ای ناتهی و $\mathcal{P}^*(H)$ مجموعه‌ی تمام زیرمجموعه‌های ناتهی $H$ است. در این صورت

فرض کنید $H$ مجموعه‌ای ناتهی و $\mathcal{P}^*(H)$ مجموعه‌ی تمام زیرمجموعه‌های ناتهی $H$ است. در این صورت

- هر نگاشت مانند $f: H^n \longrightarrow \mathcal{P}^*(H)$ یک ابرعمل $n$-تایی روی $H$ نامیده می‌شود.

فرض کنید $H$ مجموعه‌ای ناتهی و $\mathcal{P}^*(H)$ مجموعه‌ی تمام زیرمجموعه‌های ناتهی $H$ است. در این صورت

- هر نگاشت مانند $f : H^n \longrightarrow \mathcal{P}^*(H)$ یک ابرعمل $n$-تایی روی $H$ نامیده می‌شود.
- ابرعمل‌های ۲-تایی را به طور خلاصه ابرعمل می‌نامیم.

فرض کنید $H$ مجموعه‌ای ناتهی و $\mathcal{P}^*(H)$ مجموعه‌ی تمام زیرمجموعه‌های ناتهی $H$ است. در این صورت

- هر نگاشت مانند $f: H^n \longrightarrow \mathcal{P}^*(H)$ یک ابرعمل $n$–تایی روی $H$ نامیده می‌شود.
- ابرعمل‌های ۲–تایی را به طور خلاصه ابرعمل می‌نامیم.
- اگر $A_1, \ldots, A_n$ زیرمجموعه‌هایی ناتهی از $H$ باشند، آنگاه $f(A_1, \ldots, A_n)$ را به صورت

فرض کنید $H$ مجموعه‌ای ناتهی و $\mathcal{P}^*(H)$ مجموعه‌ی تمام زیرمجموعه‌های ناتهی $H$ است. در این صورت

- هر نگاشت مانند $f: H^n \longrightarrow \mathcal{P}^*(H)$ یک ابرعمل $n$-تایی روی $H$ نامیده می‌شود.
- ابرعمل‌های ۲-تایی را به طور خلاصه ابرعمل می‌نامیم.
- اگر $A_1, \ldots, A_n$ زیرمجموعه‌هایی ناتهی از $H$ باشند، آنگاه $f(A_1, \ldots, A_n)$ را به صورت

$$f(A_1, \ldots, A_n) = \bigcup\{f(x_1, \ldots, x_n) \mid x_i \in A_i, i = 1, \ldots, n\}.$$

فرض کنید $H$ مجموعه‌ای ناتهی و $\mathcal{P}^*(H)$ مجموعه‌ی تمام زیرمجموعه‌های ناتهی $H$ است. در این صورت

- هر نگاشت مانند $f : H^n \longrightarrow \mathcal{P}^*(H)$ یک ابرعمل $n$-تایی روی $H$ نامیده می‌شود.
- ابرعمل‌های ۲-تایی را به طور خلاصه ابرعمل می‌نامیم.
- اگر $A_1, \ldots, A_n$ زیرمجموعه‌هایی ناتهی از $H$ باشند، آنگاه $f(A_1, \ldots, A_n)$ را به صورت

$$f(A_1, \ldots, A_n) = \bigcup\{f(x_1, \ldots, x_n) | \ x_i \in A_i, i = 1, \ldots, n\}.$$

تعریف می‌کنیم.

ارتباط بین ابرگراف‌ها، ابرگروه‌ها و روابط دوتایی

ابرساختارهای جبری $n$-تایی

تعریف‌ها و قضیه‌های مقدماتی

انواع همریختی برای ابرگروه‌های $n$-تایی

حاصل‌ضرب حلقوی پلی‌گروه‌های $n$-تایی

ابرگراف‌ها و ابرگروه‌ها

ارتباط بین ابرگراف‌ها و ابرگروه‌ها بر اساس یک رابطه‌ی خاص

ابرساختارهای فازی

فرض کنید $H$ مجموعه‌ای ناتهی و $f$ یک ابر عمل $n$–تایی روی $H$ است. در این صورت،

فرض کنید $H$ مجموعه‌ای ناتهی و $f$ یک ابر عمل $n$–تایی روی $H$ است. در این صورت،

- جفت $(H, f)$ را یک ابرگروه‌وار $n$–تایی می‌نامیم.

فرض کنید $H$ مجموعه‌ای ناتهی و $f$ یک ابر عمل $n$–تایی روی $H$ است. در این صورت،

- جفت $(H, f)$ را یک ابرگروه‌وار $n$–تایی می‌نامیم.
- ابرگروه‌وار $n$–تایی $(H, f)$ را یک نیم ابرگروه $n$–تایی می‌نامیم هرگاه $f$ شرکت‌پذیر باشد، یعنی به ازای هر $i, j \in \{۱, \dots, n\}$ و هر $x_۱^{۲n-۱} \in H$ داشته باشیم

فرض کنید $H$ مجموعه‌ای ناتهی و $f$ یک ابر عمل $n$-تایی روی $H$ است. در این صورت،

- جفت $(H, f)$ را یک ابرگروه‌وار $n$-تایی می‌نامیم.
- ابرگروه‌وار $n$-تایی $(H, f)$ را یک نیم ابرگروه $n$-تایی می‌نامیم هرگاه $f$ شرکت‌پذیر باشد، یعنی به ازای هر $i, j \in \{1, \ldots, n\}$ و هر $x_1^{2n-1} \in H$ داشته باشیم

$$f(x_1^{i-1}, f(x_i^{n+i-1}), x_{n+i}^{2n-1}) = f(x_1^{j-1}, f(x_j^{n+j-1}), x_{n+j}^{2n-1}).$$

فرض کنید $H$ مجموعه‌ای ناتهی و $f$ یک ابر عمل $n$–تایی روی $H$ است. در این صورت،

- جفت $(H, f)$ را یک ابرگروه‌وار $n$–تایی می‌نامیم.
- ابرگروه‌وار $n$–تایی $(H, f)$ را یک نیم ابرگروه $n$–تایی می‌نامیم هرگاه $f$ شرکت‌پذیر باشد، یعنی به ازای هر $i, j \in \{۱, \ldots, n\}$ و هر $x_۱^{۲n-۱} \in H$ داشته باشیم

$$f(x_۱^{i-۱}, f(x_i^{n+i-۱}), x_{n+i}^{۲n-۱}) = f(x_۱^{j-۱}, f(x_j^{n+j-۱}), x_{n+j}^{۲n-۱}).$$

- نیم ابرگروه $n$–تایی $(H, f)$ را یک ابرگروه $n$–تایی می‌نامیم هرگاه به ازای هر $i \in \{۱, \ldots, n\}$ و هر $x_۱^{۲n-۱} \in H$ داشته باشیم

فرض کنید $H$ مجموعه‌ای ناتهی و $f$ یک ابر عمل $n$–تایی روی $H$ است. در این صورت،

- جفت $(H, f)$ را یک ابرگروه‌وار $n$–تایی می‌نامیم.
- ابرگروه‌وار $n$–تایی $(H, f)$ را یک نیم ابرگروه $n$–تایی می‌نامیم هرگاه $f$ شرکت‌پذیر باشد، یعنی به ازای هر $i, j \in \{1, \dots, n\}$ و هر $x_1^{2n-1} \in H$ داشته باشیم

$$f(x_1^{i-1}, f(x_i^{n+i-1}), x_{n+i}^{2n-1}) = f(x_1^{j-1}, f(x_j^{n+j-1}), x_{n+j}^{2n-1}).$$

- نیم ابرگروه $n$–تایی $(H, f)$ را یک ابرگروه $n$–تایی می‌نامیم هرگاه به ازای هر $i \in \{1, \dots, n\}$ و هر $x_1^{2n-1} \in H$ داشته باشیم

$$f(x_1^{i-1}, H, x_{i+1}^{n}) = H.$$

فرض کنید $H$ مجموعه‌ای ناتهی و $f$ یک ابر عمل $n$–تایی روی $H$ است. در این صورت،

- جفت $(H, f)$ را یک ابرگروه‌وار $n$–تایی می‌نامیم.
- ابرگروه‌وار $n$–تایی $(H, f)$ را یک نیم ابرگروه $n$–تایی می‌نامیم هرگاه $f$ شرکت‌پذیر باشد، یعنی به ازای هر $i, j \in \{۱, \ldots, n\}$ و هر $x_۱^{۲n-۱} \in H$ داشته باشیم

$$f(x_۱^{i-۱}, f(x_i^{n+i-۱}), x_{n+i}^{۲n-۱}) = f(x_۱^{j-۱}, f(x_j^{n+j-۱}), x_{n+j}^{۲n-۱}).$$

- نیم ابرگروه $n$–تایی $(H, f)$ را یک ابرگروه $n$–تایی می‌نامیم هرگاه به ازای هر $i \in \{۱, \ldots, n\}$ و هر $x_۱^{۲n-۱} \in H$ داشته باشیم

$$f(x_۱^{i-۱}, H, x_{i+۱}^{n}) = H.$$

ابرگروه‌های ۲–تایی را به طور خلاصه ابرگروه می‌نامیم.

## مثال ۱

فرض کنید ابرعمل ۳-تایی $f$ روی مجموعه‌ی $H = \{x_۱, x_۲, x_۳\}$ به صورت زیر تعریف شده است:

## مثال ۱

فرض کنید ابرعمل ۳-تایی $f$ روی مجموعه‌ی $H = \{x_1, x_2, x_3\}$ به صورت زیر تعریف شده است:

$$f(x_i, x_j, x_k) = \begin{cases} H & i \neq j,\ j \neq k,\ i \neq k \\ H - \{x_i\} & i = j,\ j \neq k \\ H - \{x_j\} & j = k,\ k \neq i \\ H - \{x_k\} & k = i,\ i \neq j \\ \{x_i\} & i = j = k. \end{cases}$$

## مثال ۱

فرض کنید ابرعمل ۳-تایی $f$ روی مجموعه‌ی $H=\{x_1, x_2, x_3\}$ به صورت زیر تعریف شده است:

$$f(x_i, x_j, x_k)=\begin{cases} H & i\neq j,\ j\neq k,\ i\neq k \\ H-\{x_i\} & i=j,\ j\neq k \\ H-\{x_j\} & j=k,\ k\neq i \\ H-\{x_k\} & k=i,\ i\neq j \\ \{x_i\} & i=j=k. \end{cases}$$

در این صورت $(H, f)$ یک ابرگروه ۳-تایی است.

## تعریف ۲

فرض کنید $(H_۱, f)$ و $(H_۲, g)$ دو ابرگروه $n$–تایی هستند. در این صورت نگاشت $\varphi : H_۱ \longrightarrow H_۲$ را

ارتباط بین ابرگراف‌ها، ابرگروه‌ها و روابط دوتایی

## تعریف ۲

فرض کنید $(H_۱, f)$ و $(H_۲, g)$ دو ابرگروه $n$–تایی هستند. در این صورت نگاشت $H_۲ \longrightarrow H_۱ : \varphi$ را

- یک همریختی شمول می‌نامیم هرگاه به ازای هر $a_۱^n \in H_۱$ داشته باشیم

### تعریف ۲

فرض کنید $(H_1, f)$ و $(H_2, g)$ دو ابرگروه $n$–تایی هستند. در این صورت نگاشت $\varphi : H_1 \longrightarrow H_2$ را

- یک همریختی شمول می‌نامیم هرگاه به ازای هر $a_1^n \in H_1$ داشته باشیم

$$\varphi(f(a_1, \ldots, a_n)) \subseteq g(\varphi(a_1), \ldots, \varphi(a_n)).$$

## تعریف ۲

فرض کنید $(H_1, f)$ و $(H_2, g)$ دو ابرگروه $n$–تایی هستند. در این صورت نگاشت $H_2 \longrightarrow H_1 : \varphi$ را

- یک همریختی شمول می‌نامیم هرگاه به ازای هر $a_1^n \in H_1$ داشته باشیم
$$\varphi(f(a_1, \ldots, a_n)) \subseteq g(\varphi(a_1), \ldots, \varphi(a_n)).$$
- یک همریختی خوب می‌نامیم، هرگاه به ازای هر $a_1^n \in H_1$ داشته باشیم

## تعریف ۲

فرض کنید $(H_۱, f)$ و $(H_۲, g)$ دو ابرگروه $n$–تایی هستند. در این صورت نگاشت $H_۲ \longrightarrow H_۱ : \varphi$ را

- یک همریختی شمول می‌نامیم هرگاه به ازای هر $a_۱^n \in H_۱$ داشته باشیم
$$\varphi(f(a_۱, \ldots, a_n)) \subseteq g(\varphi(a_۱), \ldots, \varphi(a_n)).$$
- یک همریختی خوب می‌نامیم، هرگاه به ازای هر $a_۱^n \in H_۱$ داشته باشیم
$$\varphi(f(a_۱, \ldots, a_n)) = g(\varphi(a_۱), \ldots, \varphi(a_n)).$$

## تعریف ۲

فرض کنید $(H_1, f)$ و $(H_2, g)$ دو ابرگروه $n$-تایی هستند. در این صورت نگاشت $H_2 \longrightarrow H_1 : \varphi$ را

- یک همریختی شمول می‌نامیم هرگاه به ازای هر $a_1^n \in H_1$ داشته باشیم
$$\varphi(f(a_1, \ldots, a_n)) \subseteq g(\varphi(a_1), \ldots, \varphi(a_n)).$$
- یک همریختی خوب می‌نامیم، هرگاه به ازای هر $a_1^n \in H_1$ داشته باشیم
$$\varphi(f(a_1, \ldots, a_n)) = g(\varphi(a_1), \ldots, \varphi(a_n)).$$

اگر $H_2 \longrightarrow H_1 : \varphi$ یک همریختی خوبِ یک به یک و پوشا باشد، آنگاه $\varphi$ را یکریختی نامیده و می‌نویسیم $H_1 \cong H_2$.

**نماد گذاری:** اگر $\varphi : H_1 \longrightarrow H_2$ یک نگاشت باشد و $x \in H_1$، آنگاه از نماد $x_\varphi = \varphi^{-1}(\varphi(x))$ به منظور سادگی استفاده می‌کنیم. همچنین برای هر زیرمجموعه‌ی $A$ از $H_1$ تعریف می‌کنیم

**نماد گذاری:** اگر $H_۲ \longrightarrow H_۱ : \varphi$ یک نگاشت باشد و $x \in H_۱$، آنگاه از نماد $x_\varphi = \varphi^{-۱}(\varphi(x))$ به منظور سادگی استفاده می‌کنیم. همچنین برای هر زیرمجموعه‌ی $A$ از $H_۱$ تعریف می‌کنیم

$$A_\varphi = \varphi^{-۱}(\varphi(A)) = \bigcup\{x_\varphi \mid x \in A\}.$$

**نماد گذاری:** اگر $\varphi : H_1 \longrightarrow H_2$ یک نگاشت باشد و $x \in H_1$، آنگاه از نماد $x_\varphi = \varphi^{-1}(\varphi(x))$ به منظور سادگی استفاده می‌کنیم. همچنین برای هر زیرمجموعه‌ی $A$ از $H_1$ تعریف می‌کنیم

$$A_\varphi = \varphi^{-1}(\varphi(A)) = \bigcup\{x_\varphi \mid x \in A\}.$$

با توجه به نمادگذاری فوق، $\varphi$ یک همریختی شمول است اگر و تنها اگر به ازای هر $a_1^n \in H_1$ داشته باشیم $f(a_1, \ldots, a_n)_\varphi \subseteq \varphi^{-1}(g(\varphi(a_1), \ldots, \varphi(a_n)))$

**نماد گذاری:** اگر $\varphi : H_1 \longrightarrow H_2$ یک نگاشت باشد و $x \in H_1$، آنگاه از نماد $x_\varphi = \varphi^{-1}(\varphi(x))$ به منظور سادگی استفاده می‌کنیم. همچنین برای هر زیرمجموعه‌ی $A$ از $H_1$ تعریف می‌کنیم

$$A_\varphi = \varphi^{-1}(\varphi(A)) = \bigcup\{x_\varphi \mid x \in A\}.$$

با توجه به نمادگذاری فوق،$\varphi$یک همریختی شمول است اگر و تنها اگر به ازای‌هر $a_1^n \in H_1$ داشته باشیم $f(a_1, \ldots, a_n)_\varphi \subseteq \varphi^{-1}(g(\varphi(a_1), \ldots, \varphi(a_n)))$ و یک همریختی‌خوب است اگر و تنها اگر به ازای هر $a_1^n \in H_1$ داشته باشیم

**نماد گذاری:** اگر $\varphi : H_1 \longrightarrow H_2$ یک نگاشت باشد و $x \in H_1$، آنگاه از نماد $x_\varphi = \varphi^{-1}(\varphi(x))$ به منظور سادگی استفاده می‌کنیم. همچنین برای هر زیرمجموعه‌ی $A$ از $H_1$ تعریف می‌کنیم

$$A_\varphi = \varphi^{-1}(\varphi(A)) = \bigcup\{x_\varphi \mid x \in A\}.$$

با توجه به نمادگذاری فوق، $\varphi$ یک همریختی شمول است اگر و تنها اگر به ازای هر $a_1^n \in H_1$ داشته باشیم $f(a_1, \ldots, a_n)_\varphi \subseteq \varphi^{-1}(g(\varphi(a_1), \ldots, \varphi(a_n)))$ و یک همریختی خوب است اگر و تنها اگر به ازای هر $a_1^n \in H_1$ داشته باشیم

$$f(a_1, \ldots, a_n)_\varphi = \varphi^{-1}(g(\varphi(a_1), \ldots, \varphi(a_n))).$$

ارتباط بین ابرگراف‌ها، ابرگروه‌ها و روابط دوتایی

ابرساختارهای جبری $n$-تایی

تعریف‌ها و قضیه‌های مقدماتی

انواع همریختی برای ابرگروه‌های $n$-تایی

حاصل‌ضرب حلقوی پلی‌گروه‌های $n$-تایی

ابرگراف‌ها و ابرگروه‌ها

ارتباط بین ابرگراف‌ها و ابرگروه‌ها بر اساس یک رابطه‌ی خاص

ابرساختارهای فازی

Relations and homomorphisms of $n$-hypergroups

M. Farshi and B. Davvaz
Department of Mathematics, Yazd University,
Yazd, Iran
davvaz@yazduni.ac.ir

Abstract

In this paper, some types of homomorphisms of $n$-hypergroups is introduced and several properties are found and examples are presented. Homomorphisms of $n$-hypergroups are a generalization of homomorphisms of hypergroups. Homomorphism between $n$-hypergroups and equivalence relations on $n$-hypergroups are closely related. Also, we consider an equivalence relation $\rho$ on an $n$-hypergroup $H$ and define an $n$-hyperoperation on $H/\rho$ and prove some results in this respect.

**Keywords:** Relation, $n$-hypergroup, homomorphism.
**AMS Mathematics Subject Classification:** 20N20.

## تعریف ۳

نیم ابرگروه $n$-تایی $(P, f)$ همراه با عمل یکانی $^{-1} : P \longrightarrow P$ را یک پلی‌گروه $n$-تایی می‌نامیم، هرگاه موارد زیر برقرار باشند:

## تعریف ۳

نیم ابرگروه $n$-تایی $(P, f)$ همراه با عمل یکانی $^{-1} : P \longrightarrow P$ را یک پلی‌گروه $n$-تایی می‌نامیم، هرگاه موارد زیر برقرار باشند:

- عضوی مانند $e$ در $P$ موجود باشد به طوری که $e^{-1} = e$ و به ازای هر $x, x_1^n \in P$ و هر $i \in \{1, \ldots, n\}$ داشته باشیم $f(\overset{(i-1)}{e}, x, \overset{(n-i)}{e}) = x$،

## تعریف ۳

نیم ابرگروه $n$-تایی $(P, f)$ همراه با عمل یکانی $^{-1} : P \longrightarrow P$ را یک پلی‌گروه $n$-تایی می‌نامیم، هرگاه موارد زیر برقرار باشند:

- عضوی مانند $e$ در $P$ موجود باشد به طوری که $e^{-1} = e$ و به ازای هر $x, x_1^n \in P$ و هر $i \in \{1, \ldots, n\}$ داشته باشیم $f(\overset{(i-1)}{e}, x, \overset{(n-i)}{e}) = x$،
- به ازای هر $x, x_1^n \in P$ و هر $i \in \{1, \ldots, n\}$ از $x \in f(x_1^n)$ نتیجه شود

## تعریف ۳

نیم ابرگروه $n$-تایی $(P, f)$ همراه با عمل یکانی $^{-1} : P \longrightarrow P$ را یک پلی‌گروه $n$-تایی می‌نامیم، هرگاه موارد زیر برقرار باشند:

- عضوی مانند $e$ در $P$ موجود باشد به طوری که $e^{-1} = e$ و به ازای هر $x, x_1^n \in P$ و هر $i \in \{1, \dots, n\}$ داشته باشیم $f(\overset{(i-1)}{e}, x, \overset{(n-i)}{e}) = x$،
- به ازای هر $x, x_1^n \in P$ و هر $i \in \{1, \dots, n\}$ از $x \in f(x_1^n)$ نتیجه شود
$$x_i \in f(x_{i-1}^{-1}, \dots, x_1^{-1}, x, x_n^{-1}, \dots, x_{i+1}^{-1}).$$

# On wreath product of $n$-polygroups

S. Mirvakili[a], M. Farshi[b] and B. Davvaz[b]

[a]Department of Mathematics, Payame Noor University,
P. O. Box 19395-4697 Tehran, Iran
saeed_mirvakili@pnu.ac.ir
[b]Department of Mathematics, Yazd University, Yazd, Iran
m.farshi@yahoo.com
davvaz@yazd.ac.ir

## Abstract

In this paper, we shall introduce thin $n$-subpolygroups of a given $n$-polygroup and in this regards, the notion of wreath product of $n$-polygroups will be studied. Also, double cosets of $n$-polygroups are investigated and the classical isomorphism theorems of groups are generalized to $n$-polygroups. The main result of the paper is that a finite $n$-polygroup is singular if and only if it is a wreath product of $n$-subpolygroups all of which are thin or generated by an involution or by an idempotent element.

یک ابرگراف به عنوان تعمیمی از مفهوم گراف عبارت است از یک زوج مانند $\Gamma = (H, E)$ که در آن $H$ مجموعه‌ای متناهی از رئوس و $E = \{E_1, \dots, E_m\}$ مجموعه‌ای از زیرمجموعه‌های ناتهی $H$ است. هر عضو $E$ را یک ابریال می‌نامیم.

شکل زیر مثالی از یک ابرگراف با دو ابریال $E_1 = \{1, 2, 3\}$ و $E_2 = \{2, 3, 4\}$ است.

## تعریف ۴

فرض کنید $\Gamma = (H, \{E_i\}_i)$ یک ابرگراف است. رابطه‌ی خاص $\rho$ روی $H$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$x\rho y \text{ اگر و تنها اگر } \{E_i \mid x \in E_i\} = \{E_i \mid y \in E_i\}.$$

## تعریف ۴

فرض کنید $\Gamma = (H, \{E_i\}_i)$ یک ابرگراف است. رابطه‌ی خاص $\rho$ روی $H$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$x\rho y \text{ اگر و تنها اگر } \{E_i \mid x \in E_i\} = \{E_i \mid y \in E_i\}.$$

به وضوح $\rho$ یک رابطه‌ی هم‌ارزی است.

## تعریف ۴

فرض کنید $\Gamma = (H, \{E_i\}_i)$ یک ابرگراف است. رابطه‌ی خاص $\rho$ روی $H$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$x\rho y \quad \text{اگر و تنها اگر} \quad \{E_i \mid x \in E_i\} = \{E_i \mid y \in E_i\}.$$

به وضوح $\rho$ یک رابطه‌ی هم‌ارزی است.

ارتباط بین ابرگراف‌ها، ابرگروه‌ها و روابط دوتایی

فرض کنید مجموعه‌ی ناتهی $X$ داده شده است. در این صورت، یک زیر مجموعه‌ی فازی $X$ نگاشتی مانند $\mu : X \longrightarrow [۰, ۱]$ است. مجموعه‌ی تمام زیرمجموعه‌های فازی $X$ را با $I(X)$ نشان می‌دهیم. یعنی،

$$I(X) = \{\mu \mid \text{است. یک تابع } \mu : X \longrightarrow [۰, ۱]\}$$

فرض کنید مجموعه‌ی ناتهی $X$ داده شده است. در این صورت، یک زیر مجموعه‌ی فازی $X$ نگاشتی مانند $\mu : X \longrightarrow [۰, ۱]$ است. مجموعه‌ی تمام زیرمجموعه‌های فازی $X$ را با $I(X)$ نشان می‌دهیم. یعنی،

$$I(X) = \{\mu \mid \text{است. یک تابع } \mu : X \longrightarrow [۰, ۱]\}$$

فرض کنید $\mu$ و $\eta$ دو زیرمجموعه‌ی فازی $X$ هستند. در این صورت، اجتماع و اشتراک این دو زیرمجموعه‌ی فازی را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

فرض کنید مجموعه‌ی ناتهی $X$ داده شده است. در این صورت، یک زیر مجموعه‌ی فازی $X$ نگاشتی مانند $\mu : X \longrightarrow [0,1]$ است. مجموعه‌ی تمام زیرمجموعه‌های فازی $X$ را با $I(X)$ نشان می‌دهیم. یعنی،

$$I(X) = \{\mu \mid \mu : X \longrightarrow [0,1] \text{ یک تابع است.}\}$$

فرض کنید $\mu$ و $\eta$ دو زیرمجموعه‌ی فازی $X$ هستند. در این صورت، اجتماع و اشتراک این دو زیرمجموعه‌ی فازی را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$(\mu \cup \eta)(x) = \max\{\mu(x), \eta(x)\}, \quad (\mu \cap \eta)(x) = \min\{\mu(x), \eta(x)\}$$

فرض کنید مجموعه‌ی ناتهی $X$ داده شده است. در این صورت، یک زیر مجموعه‌ی فازی $X$ نگاشتی مانند $\mu : X \longrightarrow [۰, ۱]$ است. مجموعه‌ی تمام زیرمجموعه‌های فازی $X$ را با $I(X)$ نشان می‌دهیم. یعنی،

$$I(X) = \{\mu \mid \text{.است } \mu : X \longrightarrow [۰,۱] \text{ یک تابع }\}$$

فرض کنید $\mu$ و $\eta$ دو زیرمجموعه‌ی فازی $X$ هستند. در این صورت، اجتماع و اشتراک این دو زیرمجموعه‌ی فازی را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$(\mu \cup \eta)(x) = \max\{\mu(x), \eta(x)\}, \quad (\mu \cap \eta)(x) = \min\{\mu(x), \eta(x)\}$$

اگر $\mu$ و $\nu$ به ترتیب زیرمجموعه‌های فازی $X_۱$ و $X_۲$ باشند، آنگاه زیرمجموعه‌ی فازی $\mu \times \nu$ از $X_۱ \times X_۲$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

فرض کنید مجموعه‌ی ناتهی $X$ داده شده است. در این صورت، یک زیر مجموعه‌ی فازی $X$ نگاشتی مانند $\mu : X \longrightarrow [۰, ۱]$ است. مجموعه‌ی تمام زیرمجموعه‌های فازی $X$ را با $I(X)$ نشان می‌دهیم. یعنی،

$$I(X) = \{\mu \mid \text{است. یک تابع } \mu : X \longrightarrow [۰, ۱]\}$$

فرض کنید $\mu$ و $\eta$ دو زیرمجموعه‌ی فازی $X$ هستند. در این صورت، اجتماع و اشتراک این دو زیرمجموعه‌ی فازی را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$(\mu \cup \eta)(x) = \max\{\mu(x), \eta(x)\}, \quad (\mu \cap \eta)(x) = \min\{\mu(x), \eta(x)\}$$

اگر $\mu$ و $\nu$ به ترتیب زیرمجموعه‌های فازی $X_{۱}$ و $X_{۲}$ باشند، آنگاه زیرمجموعه‌ی فازی $\mu \times \nu$ از $X_{۱} \times X_{۲}$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\mu \times \nu(x_{۱}, x_{۲}) = \min\{\mu(x_{۱}), \nu(x_{۲})\}.$$

فرض کنید مجموعه‌ی ناتهی $X$ داده شده است. در این صورت، یک زیر مجموعه‌ی فازی $X$ نگاشتی مانند $\mu : X \longrightarrow [۰, ۱]$ است. مجموعه‌ی تمام زیرمجموعه‌های فازی $X$ را با $I(X)$ نشان می‌دهیم. یعنی،

$$I(X) = \{\mu \mid \text{.است تابع یک } \mu : X \longrightarrow [۰, ۱]\}$$

فرض کنید $\mu$ و $\eta$ دو زیرمجموعه‌ی فازی $X$ هستند. در این صورت، اجتماع و اشتراک این دو زیرمجموعه‌ی فازی را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$(\mu \cup \eta)(x) = \max\{\mu(x), \eta(x)\}, \quad (\mu \cap \eta)(x) = \min\{\mu(x), \eta(x)\}$$

اگر $\mu$ و $\nu$ به ترتیب زیرمجموعه‌های فازی $X_۱$ و $X_۲$ باشند، آنگاه زیرمجموعه‌ی فازی $\mu \times \nu$ از $X_۱ \times X_۲$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\mu \times \nu(x_۱, x_۲) = \min\{\mu(x_۱), \nu(x_۲)\}.$$

همچنین تعریف می‌کنیم

فرض کنید مجموعه‌ی ناتهی $X$ داده شده است. در این صورت، یک زیر مجموعه‌ی فازی $X$ نگاشتی مانند $\mu : X \longrightarrow [۰, ۱]$ است. مجموعه‌ی تمام زیرمجموعه‌های فازی $X$ را با $I(X)$ نشان می‌دهیم. یعنی،

$$I(X) = \{\mu \mid \text{است. یک تابع } \mu : X \longrightarrow [۰, ۱]\}$$

فرض کنید $\mu$ و $\eta$ دو زیرمجموعه‌ی فازی $X$ هستند. در این صورت، اجتماع و اشتراک این دو زیرمجموعه‌ی فازی را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$(\mu \cup \eta)(x) = \max\{\mu(x), \eta(x)\}, \quad (\mu \cap \eta)(x) = \min\{\mu(x), \eta(x)\}$$

اگر $\mu$ و $\nu$ به ترتیب زیرمجموعه‌های فازی $X_۱$ و $X_۲$ باشند، آنگاه زیرمجموعه‌ی فازی $\mu \times \nu$ از $X_۱ \times X_۲$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\mu \times \nu(x_۱, x_۲) = \min\{\mu(x_۱), \nu(x_۲)\}.$$

همچنین تعریف می‌کنیم

$$(\mu \backslash \nu)(x) = \begin{cases} \mu(x) & \mu(x) > \nu(x), \\ ۰ & \text{در غیر این صورت} \end{cases} .$$

# References


۱ M. Akram and W. A. Dudek.

Intuitionistic fuzzy hypergraphs with applications.

*Inform. Sci.*, 218:182–193, 2013.

۲ M. I. Ali.

Hypergraphs, hypergroupoid and hypergroups.

*Ital. J. Pure Appl. Math.*, 8:45–48, 2000.

۳ R. Ameri, M. K. Sen, and G. Chowdhury.

Fuzzy hypersemigroups.

*Soft Comput.*, 12(9):891–900, 2008.

۴ R. Ameri and M. M. Zahedi.

Hyperalgebraic systems.

*Ital. J. Pure Appl. Math.*, (6):21–32, 1999.

۵ S. M. Anvariyeh and S. Mirvakili.
Canonical $(m, n)$-ary hypermodules over krasner $(m, n)$-ary hyperrings.
*Iran. J. Math. Sci. Inform.*, 7(2):17–34, 2012.

۶ S. M. Anvariyeh, S. Mirvakili, and B. Davvaz.
Fundamental relation on $(m, n)$-ary hypermodules over $(m, n)$-ary hyperrings.
*Ars Combin.*, 94:273–288, 2010.

۷ S. M. Anvariyeh, S. Mirvakili, and B. Davvaz.
Combinatorial aspects of $n$-ary polygroups and $n$-ary color schemes.
*European J. Combin.*, 34(2):207–216, 2013.