

برنامه ریزی پویا:

تبدیل یک رشته به رشته ای دیگر:

مفهوم فاصله بین دورشته را اینگونه تعریف میکنیم:

برای تبدیل یک رشته به رشته ای دیگر میتوانیم از اعمال درج (I)، حذف (D)، تعویض (R) و match (M) استفاده کنیم، تبدیلی مد نظر ماست که کمترین تعداد اعمال I، D و R در آن بکار رفته باشد، و به حداقل تعداد این اعمال "فاصله یا تفاوت" دو رشته گوییم.

برای مثال دو رشته های vintner و writers را در نظر بگیرید:

v i n t n e r	( 2 یا	- V i n t n e r -	( 1
<u>W r i t e r s</u>		<u>W r i - t - e r s</u>	
R R R M R R R		I R M D M D M M I	

دنباله ی edit transcript

در حالت اول از 5 عمل "درج،حذف،تعویض" استفاده شده در حالی که در حالت دوم از 6 عمل "درج،حذف،تعویض" استفاده شده است

مسأله ما یافتن این فاصله برای دو رشته  $S1[1...m]$  و  $S2[1...n]$  است

- روش کورکورانه:

روش کورکورانه این است که تمام حالات دنباله edit transcript را برای دو دنباله  $S1$  و  $S2$  بدست آوریم و از آنجا که این دنباله در بهترین حالت دارای طول  $MAX\{m,n\}$  و در بدترین حالت بطول  $m+n$  خواهد بود، لذا باید  $2^{m+n}$  حالت را بررسی کرد که به صرفه نیست.

- روش برنامه ریزی پویا:

1- زیرساختار بهینه

$S1[1...i]$

$S2[1...j]$

حداقل تعداد عملیات درج،حذف،تعویض (فاصله بین دورشته بطولهای  $i$  و  $j$ )  $D(i,j) \implies$

با فرض بهینه بودن  $D(i,j)$ ، اگر آخرین کاراکتر دنباله edit transcript

•  $i$  باشد، یعنی  $S2(j)$  در رشته  $S1$  درج شده، آنگاه باید  $D(i,j-1)$  بهینه باشد.

چون اگر بهینه نباشد پس وجود دارد  $D'(i,j-1)$  که بهینه است، یعنی:

$$D'(i,j-1) < D(i,j-1) \rightarrow D'(i,j-1)+1 < D(i,j-1)+1 \rightarrow D'(i,j) < D(i,j)$$

که این نتیجه با بهینه بودن  $D(i,j)$  متناقض است.

•  $D$  باشد، یعنی  $S1(i)$  حذف شده باشد، آنگاه باید  $D(i-1,j)$  بهینه باشد.

چون اگر بهینه نباشد پس وجود دارد  $D'(i-1,j)$  که بهینه است، یعنی:

$$D'(i-1,j) < D(i-1,j) \rightarrow D'(i-1,j)+1 < D(i-1,j)+1 \rightarrow D'(i,j) < D(i,j)$$

که این نتیجه با بهینه بودن  $D(i,j)$  متناقض است.

•  $R$  باشد، یعنی  $S1(i)$  با  $S2(j)$  تعویض شده باشد، آنگاه باید  $D(i-1,j-1)$  بهینه باشد.

چون اگر بهینه نباشد پس وجود دارد  $D'(i-1,j-1)$  که بهینه است، یعنی:

$$D'(i-1,j-1) < D(i-1,j-1) \rightarrow D'(i-1,j-1)+1 < D(i-1,j-1)+1 \rightarrow D'(i,j) < D(i,j)$$

که باز هم این نتیجه با بهینه بودن  $D(i,j)$  متناقض است.

•  $M$  باشد، یعنی  $S1(i)=S2(j)$ ، آنگاه باید  $D(i-1,j-1)$  بهینه باشد.

چون اگر بهینه نباشد پس وجود دارد  $D'(i,j-1)$  که بهینه است، یعنی:

$$D'(i,j-1) < D(i,j-1) \rightarrow D'(i,j) < D(i,j)$$

که این نتیجه با بهینه بودن  $D(i,j)$  متناقض است.

### 2- زیر ساختار بهینه

$$D(i,j) = \begin{cases} D(i,0)=i & j=0 \\ D(0,j)=j & i=0 \\ D(i-1,j-1) & S1(i)=S2(j) \\ \text{MIN}\{D(i,j-1)+1, D(i-1,j)+1, D(i-1,j-1)+1\} & S1(i) \neq S2(j) \end{cases}$$

### 3- محاسبه مقدار بهینه

برای این کار دو ماتریس  $D[0...m,0...n]$  برای نگهداری حداقل فاصله ها و  $\text{cell}[0...m,0...n]$  برای نگهداری کاراکتری برای سهولت در چاپ جواب بهینه

```

EDITDISTANCE(S1,S2)
m←length[S1];
n←length[S2];
for i= 0 to m
    D[i,0]=i;
    Cell[i,0]=" ↑ ";
for j= 0 to n
    D[0,j]=j;
    Cell[0,j]=" ← ";
for i=1 to m
    for j=1 to n
        if S1(i)==S2(j)
            D[i,j]=D[i-1,j-1];
            Cell[i,j]=" ↖ ";
        else
            if D[i,j-1]<=D[i-1,j] && D[i,j-1]<=D[i-1,j-1]
                D[i,j]=D[i,j-1]+1;
                Cell[i,j]=" ← ";
            else if D[i-1,j-1]<=D[i,j-1] && D[i-1,j-1]<=D[i-1,j]
                D[i,j]=D[i-1,j-1]+1;
                Cell[i,j]=" ↖ ";
            else
                D[i,j]=D[i-1,j]+1;
                Cell[i,j]=" ↑ ";
return D,Cell;

```

4-ساخت جواب بهینه

```

PRINT(t,i,j)
if i==0
    for k=1 to j
        print ( -/S2(k));
    return;
if j==0
    for k=1 to i
        print ( S1(k)/-);
    return;
if t[i,j]==" ↖ "
    PRINT(t,i-1,j-1);
    print (S1(i)/S2(j));

```

```

else if t[i,j]==" ←"
    PRINT(t,i,j-1);
    print(S1[i]/-);
else
    PRINT(t,i-1,j);
    Print(-/S2[j]);

```

مثال:

D(i,j)			w	r	i	T	e	r	s
		0	1	2	3	4	5	6	7
	0	0	←1	←2	←3	←4	←5	←6	←7
v	1	↑1	↖1	←2	←3	←4	←5	←6	←7
i	2	↑2	↖2	↖2	↖2	←3	←4	←5	←6
n	3	↑3	↖3	↖3	↖3	↖3	←4	←5	←6
t	4	↑4	↖4	↖4	↖4	↖3	←4	←5	←6
n	5	↑5	↖5	↖5	↖5	↑4	↖4	←5	←6
e	6	↑6	↖6	↖6	↖6	↑5	↖4	←5	←6
r	7	↑7	↖7	↖6	←7	↑6	↑5	↖4	←5

نمونه چاپ شده:

```

writ-ers
vintner-

```